

Robotica – Robot Industriali e di Servizio

*Lezione 3:
Le strutture cinematiche*

27 febbraio 2013

Distinguiamo:

⇒ Sistemi **quantitativi**

- *Richiedono capacità di misurazione*
- Assoluti (rispetto a un riferimento fisso)
- Relativi (rispetto a un riferimento mobile)

⇒ Sistemi **qualitativi**

- *Richiedono intelligenza interpretativa*

⇒ Siccome per ora trattiamo robot non intelligenti, parleremo solo dei sistemi quantitativi

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 2

C'è qualcosa che non quadra:



⇒ I nostri sistemi non funzionano né con la pinza...

Né con la ventosa!

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 3

La posizione di un corpo rigido

- ⇒ Un corpo rigido è caratterizzato dal fatto che i suoi punti costituenti non mutano mai posizione l'uno rispetto all'altro
- ⇒ Per descriverne compiutamente la posizione nello spazio, basta descrivere la posizione di tre suoi punti non coincidenti e non allineati
- ⇒ Per descrivere la posizione di ogni punto occorrono tre coordinate → in totale ne occorrerebbero 9
- ⇒ Ma...
- ⇒ Non sono tutte indipendenti!

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 4

Le dimensioni dell'oggetto sono costanti

$$\begin{cases} d_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ d_{13} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2} \\ d_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \end{cases}$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 5

Quindi:

- ⇒ Delle 9 coordinate, solo 6 sono indipendenti.
- ⇒ Occorre un sistema più pratico!
- ⇒ Possiamo associare rigidamente all'oggetto una terna cartesiana...
- ⇒ E descrivere la sua posizione rispetto alla terna di riferimento

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 6

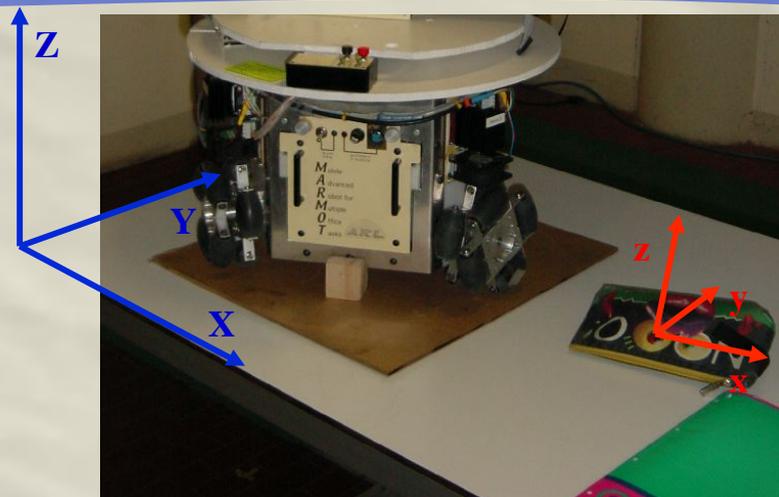
Riassumendo:

- ⇒ Per descrivere quantitativamente la posizione di un corpo nello spazio occorrono **SEI** coordinate, non tre!
- ⇒ Associamo rigidamente al corpo una terna di assi cartesiani
- ⇒ Descriviamo la posizione di questa terna rispetto ad una terna di riferimento:
 - Coordinate dell'origine
 - Orientamento angolare della terna

Lezione 3 Le strutture cinematiche

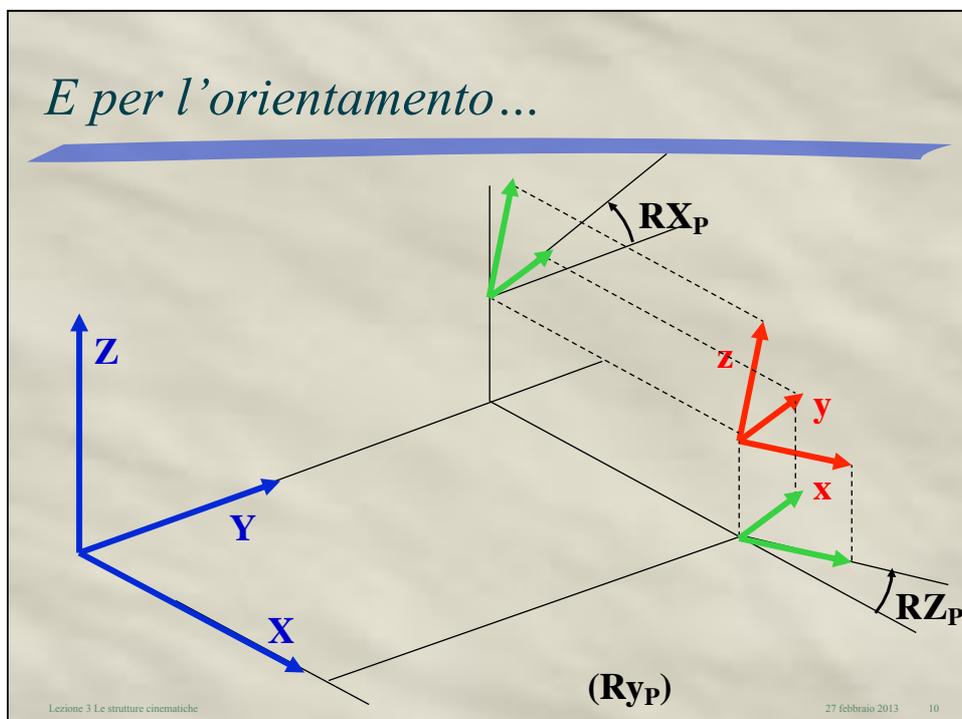
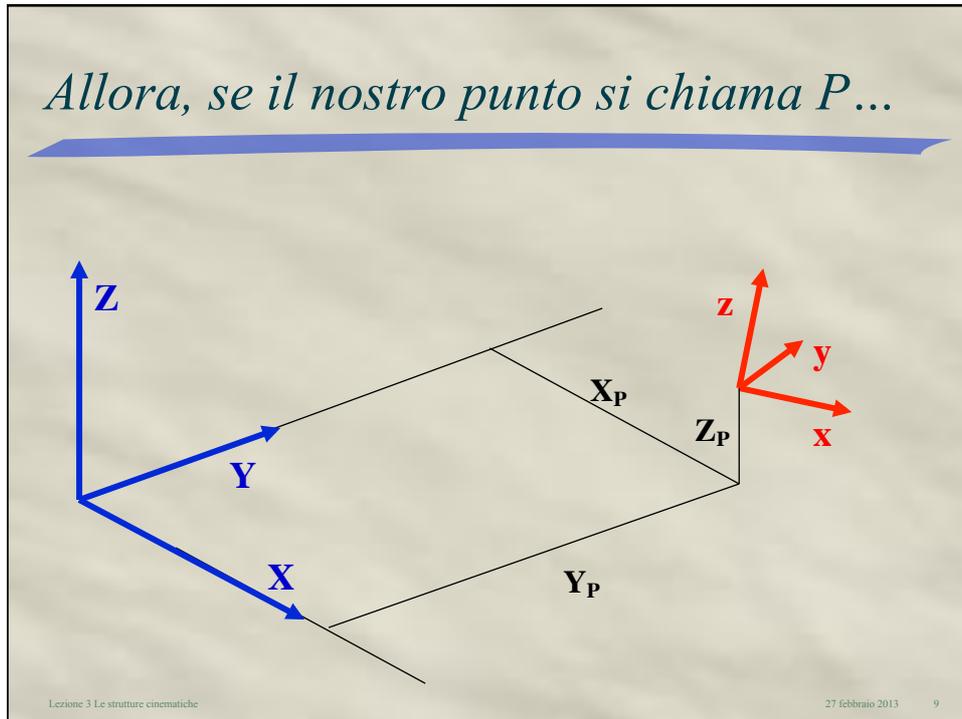
27 febbraio 2013 7

In altre parole:

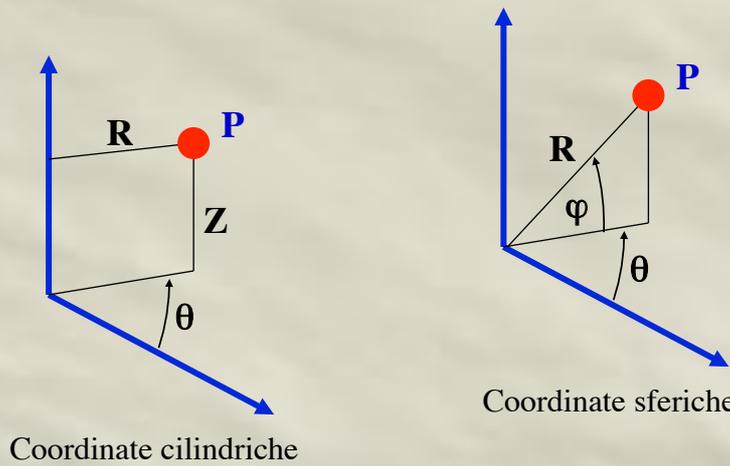


Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 8



Ovviamente, ci sono anche altri metodi

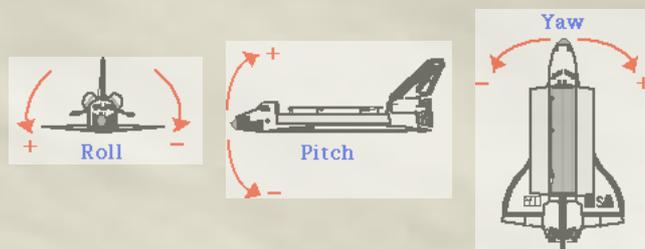


Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 11

...E lo stesso vale per le coordinate angolari

- ⇒ Si possono usare i coseni direttori
- ⇒ Oppure i concetti di “Roll, Pitch e Yaw” (Rollio, beccheggio e imbardata)



Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 12

Comunque sia ...

- ⇒ Un corpo rigido nello spazio ha SEI possibilità di movimento
 - Gradi di libertà (GDL)
 - Degrees of Freedom (DOF)

Ultima osservazione:

- ⇒ La scelta del sistema di rappresentazione delle posizioni non è molto importante
- ⇒ Le trasformazioni da un sistema di coordinate ad un altro sono (in genere) semplici e poco onerose...
- ⇒ ...tranne una, che ci creerà non pochi problemi.

Il secondo problema: raggiungere un oggetto

- ⇒ Ora che abbiamo capito come si definisce la posizione di un oggetto, dobbiamo inventarci una macchina che possa raggiungere tale posizione

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 15

Occorrono componenti fisici:



La pinza...



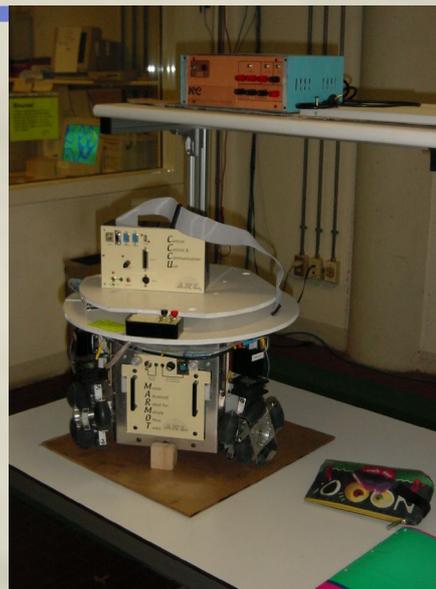
Assi di legno...



Chiodi...

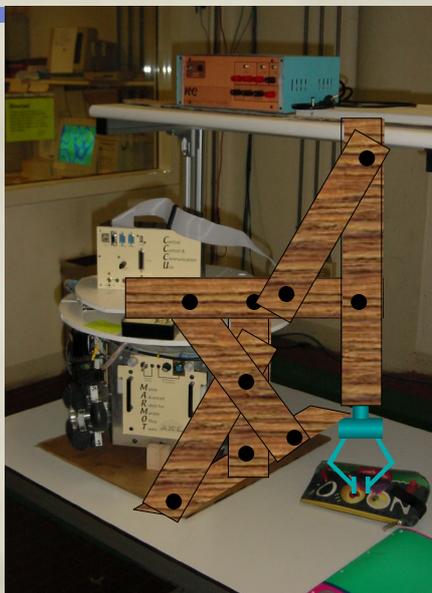


Lezione 3 Le strutture cinematiche



Dopo un po' di tempo:

- ⇒ Ma questa struttura è rigida, e non serve a niente!



Lezione 3 Le strutture cinematiche

Rifacciamo tutto:

- ⇒ Perché questa struttura funziona?
- ⇒ Perché non è rigida
- ⇒ Però attenzione: funziona solo parzialmente

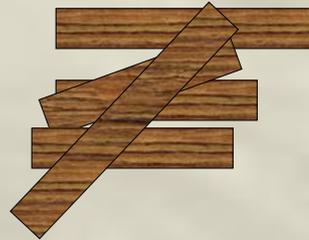


Lezione 3 Le strutture cinematiche

Parlando tecnicamente:

⇒ Segmenti (Link)

- In prima approssimazione sono perfettamente rigidi
- Hanno massa nulla



Giunti (Joints)

Collegano fra loro i link
 Permettono certi movimenti e non altri, cioè tolgono alcuni gradi di libertà e ne lasciano altri (spesso uno solo)



I sei tipi di giunti primari:

Di rotazione

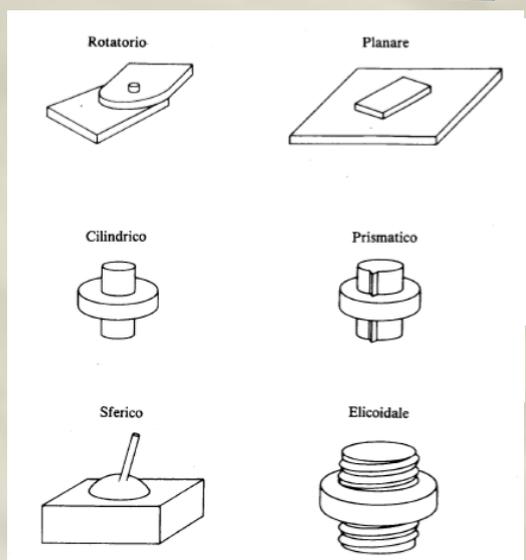
Cilindrico (rettilineo)

Sferico

Planare (piano)

Prismatico (rettilineo)

Elicoidale (rettilineo)



Tipi di movimenti permessi:

- ⇒ Rotazioni (intorno ad un asse)
- ⇒ Traslazioni (movimenti paralleli a se stessi)

Giunti e movimenti:

		Traslazioni			
		0	1	2	3
Rotazioni	0	(Saldatura)	Prismatico		
	1	Rotatorio	Cilindrico	Planare	
	2	Polso umano			
	3	Sferico			Veicolo spaziale

È abbastanza evidente che...

- ⇒ L'estremità del nostro braccio ideale deve potersi muovere in sei modi diversi (deve avere sei gradi di libertà)
- ⇒ Per ottenere ciò, dobbiamo utilizzare almeno sei possibilità di movimento
- ⇒ Ma la combinazione dei giunti deve essere opportuna...
- ⇒ E anche la loro disposizione

Per esempio:

- | | |
|---|--|
| <p>⇒ Si</p> <ul style="list-style-type: none"> • (Almeno) tre traslazioni e tre rotazioni • (Almeno) due traslazioni e quattro rotazioni • (Almeno) una traslazione e cinque rotazioni • (Almeno) sei rotazioni | <p>⇒ No</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tutte le altre, come ad esempio <ul style="list-style-type: none"> • Sei traslazioni • Cinque traslazioni e una rotazione • Ecc. |
|---|--|

Ma devono anche essere ben disposte:

Queste strutture non vanno bene!

Lezione 3 Le strutture cinematiche 27 febbraio 2013 25

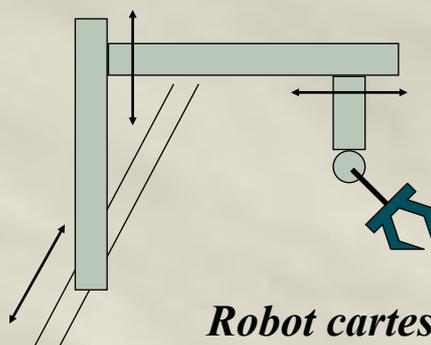
Un giunto "speciale":

- ⇒ Il giunto sferico equivale all'unione di tre giunti di rotazione, i cui assi sono ortogonali fra di loro e si incontrano nello stesso punto.
- ⇒ Questo semplifica moltissimo alcuni calcoli
- ⇒ Purtroppo non è facilissimo da costruire...

Lezione 3 Le strutture cinematiche 27 febbraio 2013 26

Vari modi per fare un braccio...

⇒ Tre G.D.L. traslazionali e tre rotazionali...



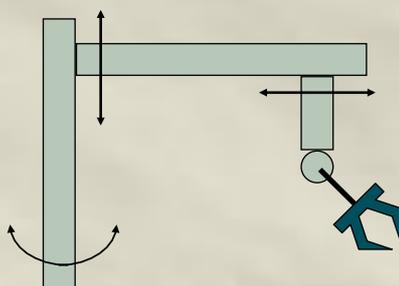
Robot cartesiano

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 27

Vari modi per fare un braccio...

⇒ Due G.D.L. traslazionali e quattro rotazionali...



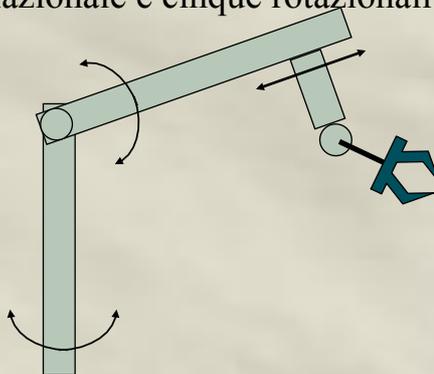
Robot cilindrico

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 28

Vari modi per fare un braccio ...

⇒ Un G.D.L. traslazionale e cinque rotazionali...



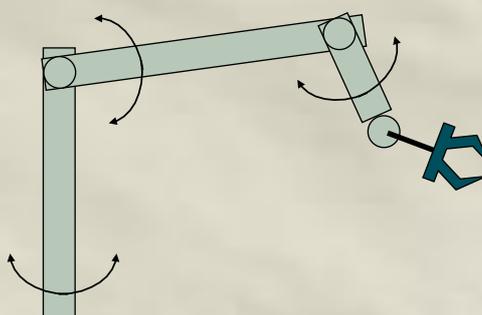
Robot sferico

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 29

Vari modi per fare un braccio ...

⇒ Sei G.D.L. rotazionali...

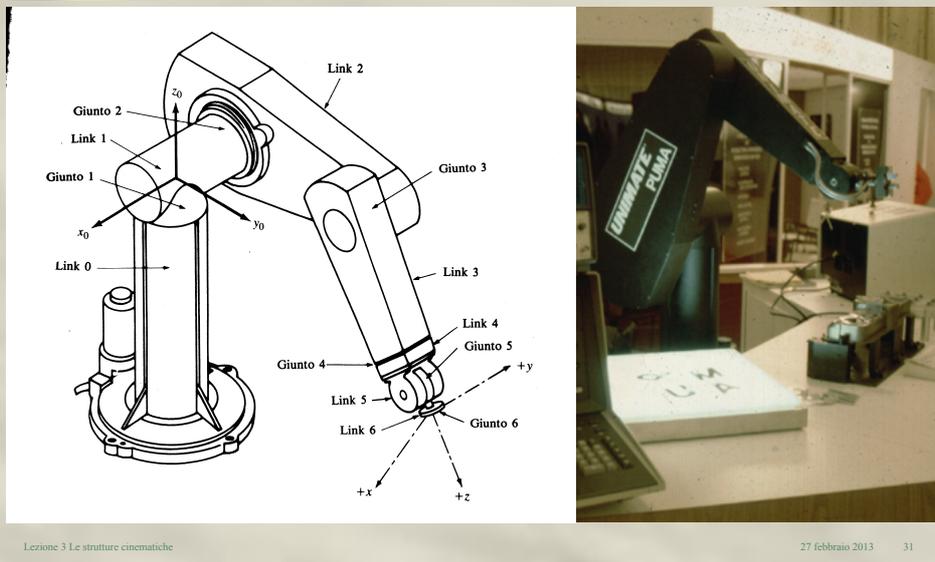


***Robot articolato
(antropomorfo)***

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 30

Il robot antropomorfo più famoso:

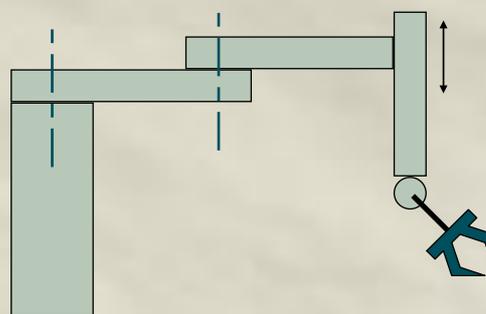


Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 31

Vari modi per fare un braccio ...

⇒ Cinque G.D.L. rotazionali e uno traslazionale...



Robot SCARA

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 32

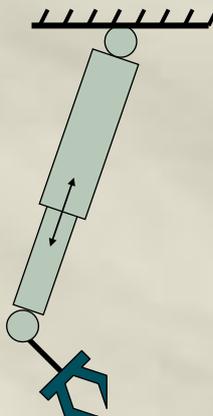
Altri modi per fare un braccio...

- ⇒ Bracci incompleti (meno di 6 G.D.L.)
 - Quando non occorre cambiare l'orientamento dell'end effector (o degli oggetti manipolati)
 - Comuni i manipolatori a 4 e 5 G.D.L.
 - Se ne hanno meno di 3 non sono robot industriali
- ⇒ Bracci ridondanti
- ⇒ Pendulum robot
- ⇒ Bracci a catena cinematica chiusa (parallel robot)

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 33

Pendulum robot



Lezione 3 Le strutture cinematiche

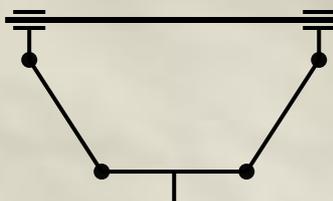
27 febbraio 2013 34

Bracci a catena cinematica chiusa

⇒ Catena cinematica aperta:
un solo percorso fra base e polso



⇒ Catena cinematica chiusa:
più percorsi fra base e polso



Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 35

Riassumendo:

⇒ Questa tabella mostra anche la forma tipica dello “spazio di lavoro” di ognuna delle strutture cinematiche principali

Robot	Axes		Examples	
	Principle	Kinematic Structure	Photo	
Cartesian Robot				
Cylindrical Robot				
Spherical Robot				
SCARA Robot				
Articulated Robot				
Parallel Robot				

Lezione 3 Le strutture cinematiche

Il terzo problema:

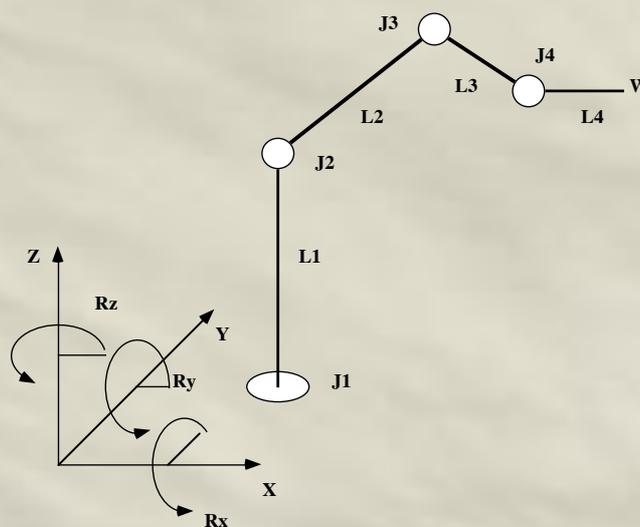
⇒ Dove muoversi

- L'end effector deve raggiungere pose predeterminate
 - Cioè coordinate predeterminate
- Noi non abbiamo questa capacità, ma abbiamo:
 - Hand-eye coordination
 - Retroazione tattile
- Il manipolatore invece non le ha, salvo casi particolari
- Ma...
- è abbastanza facile misurare le posizioni dei giunti
- E, se i link sono indeformabili...
 - esiste una relazione UNIVOCA fra la posizione dei giunti e quella dell'end effector

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 37

La trasformazione delle coordinate:



Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 38

La trasformazione delle coordinate

⇒ Questa relazione si chiama trasformazione cinematica diretta (DKT):

$$X_W = f_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$Y_W = f_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$Z_W = f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

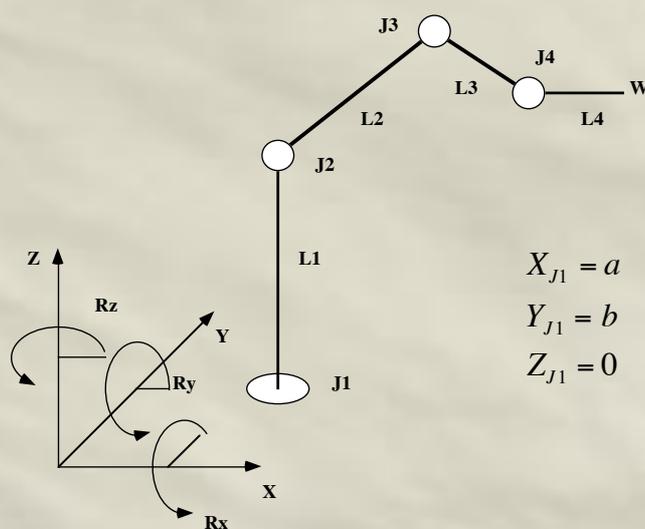
$$R_{x_W} = f_4(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

$$R_{y_W} = f_5(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

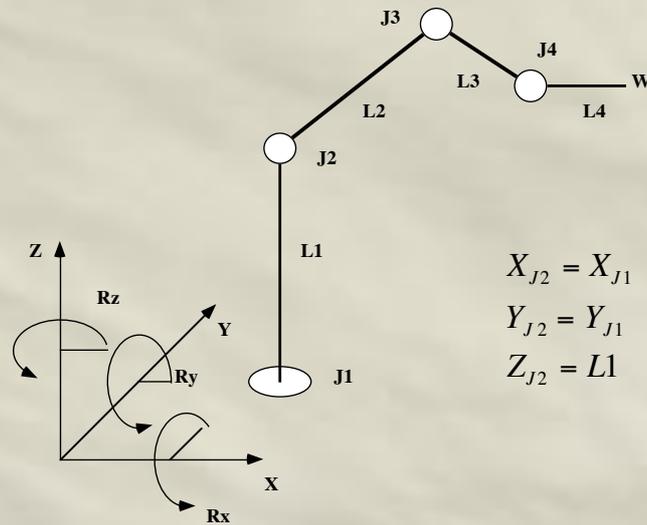
$$R_{z_W} = f_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$$

⇒ $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ dipendono dalle dimensioni e dalla configurazione del robot

Robot articolato a 4 GdL (1):



Robot articolato a 4 GdL (2):

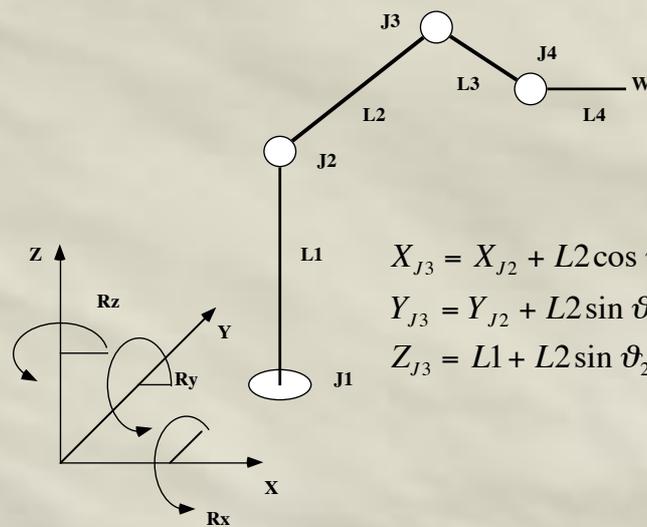


$$\begin{aligned} X_{J2} &= X_{J1} \\ Y_{J2} &= Y_{J1} \\ Z_{J2} &= L1 \end{aligned}$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 41

Robot articolato a 4 GdL (3):



$$\begin{aligned} X_{J3} &= X_{J2} + L2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2 \\ Y_{J3} &= Y_{J2} + L2 \sin \vartheta_1 \cos \vartheta_2 \\ Z_{J3} &= L1 + L2 \sin \vartheta_2 \end{aligned}$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 42

Il problema però è che...

- ⇒ Noi sappiamo dove deve andare l'end effector
- ⇒ **Dobbiamo calcolare la posizione in cui si deve portare ogni giunto perché ciò avvenga**
- ⇒ Questo problema non ha, in genere, un'unica soluzione

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 43

Ancora trasformazione:

- ⇒ Quindi, quello che ci interessa è la trasformazione dalle coordinate del polso alle coordinate dei giunti.
- ⇒ Questa trasformazione si chiama trasformazione cinematica inversa (IKT):

$$\theta_1 = f_1(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_2 = f_2(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_3 = f_3(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_4 = f_4(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

$$\theta_5 = f_5(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

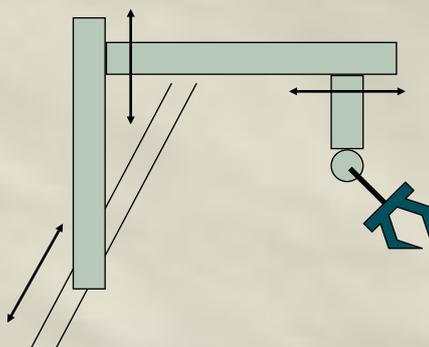
$$\theta_6 = f_6(X_W, Y_W, Z_W, R_{X_W}, R_{Y_W}, R_{Z_W})$$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 44

Robot cartesiano: IKT semplice (\pm)

- ⇒ Basta calcolare le coordinate cartesiane ortogonali del giunto di polso e portare i primi tre giunti nelle posizioni corrispondenti.



Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 45

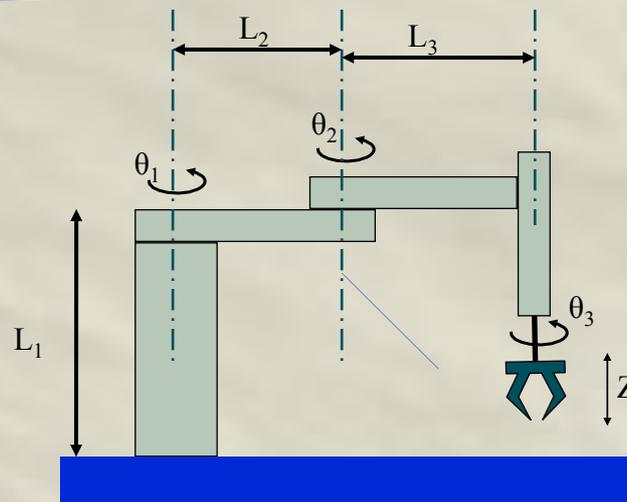
Altre strutture:

- ⇒ Per i robot cilindrici e sferici il discorso è analogo a quello del robot cartesiano.
- ⇒ Per i robot articolati invece la soluzione analitica dà luogo ad una espressione complicatissima. Inoltre, bisogna tener presente che la soluzione non è unica.

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 46

Torniamo al robot SCARA (quello che abbiamo noi)



Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 47

Il nostro problema:

- ⇒ Dobbiamo raggiungere un punto di coordinate $(X_p, Y_p, Z_p, RX_p, RY_p, RZ_p)$
- ⇒ Se $(RX_p \neq 0 \vee RY_p \neq 0)$ il punto è irraggiungibile (il manipolatore non è completo)
- ⇒ Devo calcolare $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ e Z
- ⇒ Prima ovvia considerazione:
 - $Z = Z_p$

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 48

Visto dall'alto:

$\theta_3 = RZ_p$ (per una particolarità costruttiva che vedremo in pratica)

Lezione 3 Le strutture cinematiche 27 febbraio 2013 49

Visto dall'alto:

$L_a = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2}$

$\delta = \arctan(Y_p / X_p)$

Lezione 3 Le strutture cinematiche 27 febbraio 2013 50

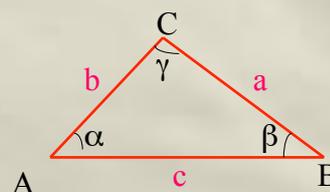
La funzione atan2

- ⇒ In trigonometry, the two-argument function atan2 is a variation of the arctangent function. For any real arguments x and y not both equal to zero, $\text{atan2}(y, x)$ is the angle in radians between the positive x -axis of a plane and the point given by the coordinates (x, y) on it. The angle is positive for counter-clockwise angles (upper half-plane, $y > 0$), and negative for clockwise angles (lower half-plane, $y < 0$).
- ⇒ In mathematical terms, atan2 computes the principal value of the argument function applied to the complex number $x+iy$. That is $\text{atan2}(y, x) = \text{Pr arg}(x+iy) = \text{Arg}(x+iy)$. The argument can be changed by 2π corresponding to a complete turn round the origin without making any difference to the angle, the principal value is the value in the range $(-\pi, \pi]$, that is $-\pi < \text{atan2}(y, x) \leq \pi$.

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 51

Risoluzione di un triangolo dati a, b, c



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

da cui si ricava α

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

da cui si ricava β

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

da cui si ricava γ

Lezione 3 Le strutture cinematiche

27 febbraio 2013 52

Quindi:

- ⇒ Per un robot SCARA a 4 gradi di libertà la IKT è ragionevolmente semplice, e può essere eseguita velocemente anche con un piccolo calcolatore.
- ⇒ Ma cosa vuol dire SCARA?
 - The SCARA acronym stands for Selective Compliance Assembly Robot Arm or Selective Compliance Articulated Robot Arm.

Riassumendo, allora:

- ⇒ Per qualunque manipolatore a catena cinematica aperta con qualunque numero di GDL la DKT esiste sempre ed ha un'unica soluzione
- ⇒ L'IKT invece può:
 - Non esistere
 - Punto con orientamento sbagliato per bracci con $GDL < 6$
 - Punto fuori dal volume di lavoro
 - Avere un numero finito di soluzioni (1, 2, 4, ...)
 - Avere un numero infinito di soluzioni
- ⇒ In generale (ma solo in generale!)
 - Bracci con $n \leq 6$ GDL hanno un numero finito di soluzioni
 - Bracci con $n > 6$ GDL hanno infinite soluzioni

Esigenze di controllo: tre casi diversi

- ⇒ È importante solo la posizione finale
 - Quasi mai, ma talvolta la struttura ci aiuta (Assemblaggio)
- ⇒ È importante la posizione finale (molto) e la traiettoria (abbastanza), e la struttura non ci aiuta
 - Saldatura a punti
- ⇒ È importante la traiettoria (molto), e di conseguenza la posizione finale
 - Deposizione di collante